

УДК: 534.121.1
OECD: 1.03.AA

Акустическое излучение пластины в поле действия турбулентных пульсаций давления

Светлов В.В.

К.т.н., ФАУ «ЦАГИ», ул. Радио 17, 105005, г. Москва, РФ

Аннотация

В статье описан алгоритм расчета акустического излучения пластины, находящейся в поле действия пристеночных турбулентных пульсаций давления применительно к излучению панелей фюзеляжа в салон самолета. Используемый подход основан на разложении колебаний пластины по базисным функциям. В качестве воздействующей силы используется нагрузка, которая задается моделью, предложенной Ефимцовым Б.М. Вибрационные поля рассчитываются на основе дифференциальных уравнений колебаний пластины. Интенсивность прошедшего за пластину звука определяется посредством численного интегрирования в пределах акустической области волновых чисел. Приведено сравнение полученных результатов с известными асимптотическими соотношениями.

Ключевые слова: неподкрепленная пластина, турбулентный пограничный слой, виброускорение, интенсивность акустического излучения.

Noise generation of the plate in the field of turbulent pressure pulsations

Svetlov V.V.

PhD, Central Aerodynamics Institute, Moscow Branch, 17, Radio str., 105005, Moscow, Russia

Abstract

The article describes an algorithm for calculating the acoustic radiation of a plate located in the wall pressure structuration field beneath a turbulent boundary layer in relation to the radiation of sound into the aircraft cabin. The approach used is based on the decomposition of plate vibrations by basic functions. The load is given by the Efimtsov B.M. model. Vibration fields are calculated on the basis of differential equations of plate vibrations. The intensity of the sound passing behind the plate is determined by numerical integration within the acoustic region of the wave numbers. The obtained results are compared with the known asymptomatic relations.

Keywords: *unsupported plate, turbulent boundary layer, vibration acceleration, acoustic radiation intensity.*

Введение

Среди общих проблем защиты от негативного акустического воздействия важное место занимают вопросы, связанные с авиационным шумом. Авиационный шум отличается от других источников, таких как автомобильный и железнодорожный транспорт, инженерно-технологическое оборудование предприятий, проведение

строительных работ тем, что имеет высокие уровни звука. Основными источниками шума, создаваемого воздушными судами (ВС) на местности, являются силовая установка и планер с элементами его механизации, а в салоне – силовая установка, источники, связанные с обтеканием поверхности фюзеляжа ВС и системы внутреннего бортового оборудования.

Отличительной чертой основных источников шума в салоне ВС является их аэродинамическая природа возникновения. Они имеют различные пути и механизм воздействия, что приводит к необходимости использования разных подходов к снижению негативного акустического воздействия. В зависимости от вида силовой установки, в салоне ВС может формироваться поле с разным спектральным составом. В случае двухконтурных турбореактивных двигателей преимущественно формируется поле со сплошным спектром в широком диапазоне частот, при использовании турбовинтовой силовой установки – сплошным спектром с ярко выраженными узкополосными составляющими. Механическое воздействие силовой установки на пилон сопровождается появлением структурного шума. Внутреннее бортовое оборудование, такое как система вентиляции и кондиционирования воздуха – носит аэродинамический характер воздействия. Исследования показывают, что при высоких дозвуковых скоростях (числах Маха более 0,4) значимым, по суммарному вкладу в общий уровень, источником становится шум, вызванный колебаниями упругой поверхности фюзеляжа под действием турбулентного пограничного слоя (ТПС) [1].

Существующие методы расчета вибрации и акустического излучения пластин фюзеляжа ВС под воздействием турбулентного пограничного слоя [2, 3] основаны на различных подходах, каждый из которых имеет свои сильные и слабые стороны. К недостаткам имеющихся методов можно отнести: ограниченность частотного диапазона расчета, использование в качестве геометрического параметра только толщины пластины, пренебрегая ее габаритными размерами, отсутствие точных исходных данных, которые зачастую получают экспериментальным путем и только для конкретных конструкций и пр. Использование же численных методов, в частности метода конечных элементов, позволяет с высокой точностью определить искомые виброакустические параметры, однако требует такого числа конечных элементов, что практическая реализация требует существенных временных затрат, что становится серьезной проблемой при его использовании.

1. Перемещения неподкреплённой пластины

Рассмотрим подход, основанный на разложении колебаний пластины по базисным функциям [4]. В общем случае, уравнение, описывающее колебания тонкой пластины (рисунок 1) для изгибных волн, имеет вид:

$$D(1 + i\eta)\Delta^2 w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = Q(x, y, t) \quad (1)$$

где D – цилиндрическая жесткость пластины, η – коэффициент потерь материала пластины, Δ – оператор Лапласа в декартовой системе координат, w – нормальное смещение пластины, ρ – плотность материала пластины, h – толщина пластины, t – время, Q – обобщенная сила, которая в данном случае описывает некоторое внешнее воздействие пристеночных турбулентных пульсаций давления, оказываемое на пластину.

Применив преобразование Фурье к уравнению (1) и разложив его по базисным функциям [5] $f_{m_1 m_2} = \sin\left(\frac{m_1 \pi x}{L_1}\right) \sin\left(\frac{m_2 \pi y}{L_2}\right)$ получим выражение для виброперемещений свободно опертой пластины:

$$\sum_{m_1 m_2}^{\infty} [D(1 + i\eta)(k_1^2 + k_2^2)^2 - \rho h \omega^2] W_{m_1 m_2} f_{m_1 m_2} = \sum_{m_1 m_2}^{\infty} Q_{m_1 m_2} f_{m_1 m_2} \quad (2)$$

где $k_1 = \frac{m_1 \pi}{L_1}$, $k_2 = \frac{m_2 \pi}{L_2}$, m_1 и m_2 – целые числа (1, 2, 3...), ω – круговая частота.

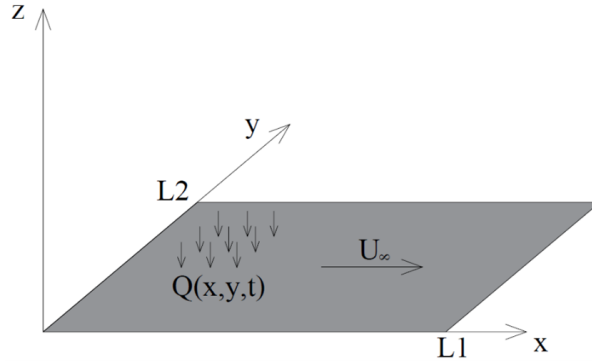


Рис. 1. Расчетная схема тонкой неподкрепленной пластины под действием ТПС

Правая часть в (2) является коэффициентами разложения обобщенной силы $Q(x, y, \omega)$ по базисным функциям. Используя ортогональность базисных функций, получим явное выражение для этих коэффициентов:

$$Q_{m_1 m_2} = \frac{1}{v^2} \int_0^{L_1} \int_0^{L_2} Q(x, y, \omega) f_{m_1 m_2} dx dy \quad (3)$$

Нормировочная константа $C = \frac{1}{v^2}$ находится из выражения:

$$\frac{1}{C} = \int_0^{L_1} \int_0^{L_2} (f_{m_1 m_2})^2 dx dy = \int_0^{L_1} \int_0^{L_2} \sin^2(k_1 x) \sin^2(k_2 y) dx dy = \frac{L_1 L_2}{4} \quad (4)$$

После подстановки полученных выражений в (2) получим формулу общего решения для нахождения перемещений неподкрепленной пластины:

$$W(x, y, \omega) = \sum_{m_1 m_2}^{\infty} W_{m_1 m_2} f_{m_1 m_2} = \sum_{m_1 m_2}^{\infty} \frac{Q_{m_1 m_2} f_{m_1 m_2}}{D(1 + i\eta)(k_1^2 + k_2^2)^2 - \rho h \omega^2} \quad (5)$$

2. Спектр виброперемещений пластины под действием ТПС

В уравнении (5) обобщенная сила имеет размерность давления, которое представляет собой силу на единицу поверхности. В случае воздействия на пластину пульсаций давления ТПС, нагрузка носит случайную природу, поэтому, в данном случае, невозможно найти такую детерминированную величину как виброперемещение. Корректно говорить о спектральной плотности этой величины.

Для нахождения спектральной плотности виброперемещений $|W|^2$ необходимо W в уравнении (5) умножить на комплексно-сопряженную величину W^* . Это действие вполне обоснованно при рассмотрении колебаний панели обшивки ВС, вызываемых безотрывным ТПС:

$$|W|^2 = WW^* = \sum_{m_1 m_2}^{\infty} \frac{Q_{m_1 m_2} Q_{m_1 m_2}^* \sin^2(k_1 x) \sin^2(k_2 y)}{[D(1 + i\eta)(k_1^2 + k_2^2)^2 - \rho h \omega^2][D(1 - i\eta)(k_1^2 + k_2^2)^2 - \rho h \omega^2]} \quad (6)$$

Числитель в (6), в соответствие с положениями работы [4], также разложим по базисным функциям и представим в виде:

$$\begin{aligned} \Phi_{m_1 m_2} &= Q_{m_1 m_2} Q_{m_1 m_2}^* \\ &= C^2 \int_0^{L_1} \int_0^{L_2} \int_0^{L_1} \int_0^{L_2} \Phi(x, y, x', y', \omega) \sin^2(k_1 x) \sin^2(k_2 y) \sin^2(k_1 x') \sin^2(k_2 y') dx dy dx' dy' \end{aligned} \quad (7)$$

где $\Phi(x, y, x', y', \omega)$ – спектр пространственных корреляций случайного поля турбулентных пульсаций давления, определяющий интенсивность и взаимную корреляцию спектральных составляющих в двух произвольных точках наблюдения (x, y) и (x', y') .

Заменяя для краткости записи знаменатель в (6) на $Z_{m_1 m_2}$, получим формулу для нахождения квадратичного значения спектра виброперемещений в любой точке пластины:

$$S_W = \sum_{m_1 m_2} \frac{\Phi_{m_1 m_2}}{Z_{m_1 m_2}} \sin^2(k_1 x) \sin^2(k_2 y) \quad (8)$$

Для нахождения среднеквадратичного значения виброперемещений воспользуемся теоремой Лагранжа о среднем значении:

$$\overline{S_W} = \frac{1}{L_1 L_2} \int_0^{L_1} \int_0^{L_2} \sin^2(k_1 x) \sin^2(k_2 y) dx dy \sum_{m_1 m_2} \frac{\Phi_{m_1 m_2}}{Z_{m_1 m_2}} = \frac{1}{4} \sum_{m_1 m_2} \frac{\Phi_{m_1 m_2}}{Z_{m_1 m_2}} \quad (9)$$

3. Модель ТПС

Существует большое число моделей частотно-волнового спектра ТПС, которые позволяют определить спектральную плотность пространственных корреляций, необходимую для вычисления спектра виброперемещений пластины. В качестве расчетной модели в данной работе выберем модель спектра пространственных корреляций случайного поля турбулентных пульсаций давления, предложенную Ефимцовым Б.М. [6].

В выбранной модели учитывается зависимость пространственной корреляции пульсаций давления от толщины пограничного слоя (δ), что является удобным в рассматриваемой задаче. Согласно этой модели, спектральная плотность давления в двух различных точках (x, y) и (x', y') задается в следующем виде:

$$\Phi(x, y, x', y', \omega) = \frac{\bar{p}^2}{\Delta\omega} \exp\left(\frac{-|x - x'|}{\Lambda_1}\right) \exp\left(\frac{-|y - y'|}{\Lambda_2}\right) \exp\left(\frac{-i\omega(x - x')}{U_{ph}}\right) \quad (10)$$

где \bar{p}^2 – среднеквадратичное значение турбулентных пульсаций давления, $\Delta\omega$ – ширина полосы круговой частоты, Λ_1 и Λ_2 – масштабы корреляции, U_{ph} – фазовая скорость.

Пространственные масштабы корреляции по соответствующим осям координат определяются соотношениями из [6].

Характеристики ТПС по модели Ефимцова Б.М. могут быть вычислены методом, изложенным в [7]. Этот метод позволяет по известному числу Маха (M_∞), высоте полета и расстоянию от носа ВС вычислить спектр пульсаций давления в третьоктавной полосе частот.

Интеграл в выражении (7) для краткости записи заменим на обозначение I_1 . Данный интеграл рассчитывался численным методом.

После подстановки замены в (10) получаем итоговую формулу для нахождения коэффициентов разложения обобщенной силы (7) получим:

$$\Phi_{m_1 m_2} = C^2 \cdot \frac{\bar{p}^2}{\Delta\omega} \cdot I_1 \quad (11)$$

4. Спектр виброускорения и интенсивности акустического излучения пластины под действием ТПС

Найдем связь между волновыми числами в распространяющейся звуковой волне, используя волновое уравнение для давления в системе координат, представленной на рисунке 1.

Обозначим скорость колебательных движений в воздухе за пластиной, сопровождающуюся переносом звуковой энергии через V_a . Учитывая малую амплитуду колебаний пластины, можно считать, что колебательная скорость (V) направлена по нормали к ее поверхности и равна колебательной скорости частиц воздуха, движение которых сопровождается излучением акустической энергии, т.е.

$$V_a(k_x, k_y, \omega)|_{z=0} = V(k_x, k_y, \omega) \quad (12)$$

Используя линеаризованное уравнение Эйлера можно получить связь между колебательной скоростью частиц среды и звуковым давлением:

$$V_a(k_x, k_y, \omega)|_{z=0} = -\frac{1}{i\omega\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z}|_{z=0} \quad (13)$$

где ρ_0 – плотность воздуха за пластиной.

Представив звуковое давление в поле излучения пластины согласно [3] получим связь между волновыми числами:

$$k_z^2 = k_0^2 - (k_x^2 + k_y^2) \quad (14)$$

где k_0 – волновое число для воздуха.

Подставляя в (13) связь между волновыми числами и, учитывая, что $\frac{\partial p}{\partial z} = ik_z p(k_x, k_y)$ получаем:

$$p(k_x, k_y) = -\frac{\rho_0 c_0 V(k_x, k_y) k_0}{\sqrt{k_0^2 - (k_x^2 + k_y^2)}} \quad (15)$$

Выразим интенсивность акустического излучения (мощность на единицу поверхности) с использованием соотношения из [8]. Таким образом для спектральных величин получим окончательное соотношение:

$$S_I = \iint_{k_x^2 + k_y^2 < k_0^2} \frac{\rho_0 \omega S_V(k_x, k_y)}{2\sqrt{k_0^2 - (k_x^2 + k_y^2)}} dk_x dk_y \quad (16)$$

Для того, чтобы воспользоваться формулой (16), необходимо представить S_V в волновом пространстве. Для этого воспользуемся теоремой Парсеваля и выполним преобразование Фурье, учитывая связь спектра виброперемещения (S_W) со спектром виброскорости (S_V) в частотном пространстве:

$$S_W = \frac{1}{4\pi^2} \sum_{m_1 m_2}^{\infty} |W(x, y)|^2 \cdot \left| \int_0^{L_1} \sin(k_1 x) e^{-ik_x x} dx \int_0^{L_2} \sin(k_2 y) e^{-ik_y y} dy \right|^2 \quad (17)$$

Вычислим соотношения из (17):

Вычислив интеграл в (17) и раскрыв модуль получим:

$$S_W = \frac{1}{4\pi^2} \sum_{m_1 m_2}^{\infty} \frac{\Phi_{m_1 m_2}}{Z_{m_1 m_2}} \cdot \frac{2k_1^2 [1 - (-1)^{m_1} \cos(k_x L_1)]}{[k_1^2 - k_x^2]^2} \cdot \frac{2k_2^2 [1 - (-1)^{m_2} \cos(k_y L_2)]}{[k_2^2 - k_y^2]^2} \quad (18)$$

Подставив взаимосвязь между спектром виброскорости со спектром виброперемещения $S_V = \omega^2 S_W$ в (16), получим формулу для расчета спектра интенсивности:

$$I = \frac{\rho_0 \omega^3}{2} \iint_{k_x^2 + k_y^2 < k_0^2} \frac{S_W}{\sqrt{k_0^2 - (k_x^2 + k_y^2)}} dk_x dk_y \quad (19)$$

Для того, чтобы вычислить (19), удобно выполнить замену переменных в интеграле, чтобы интегрирование проходило по прямоугольной области. Замена переменных через $k_x = h_0 \cos \phi$ и $k_y = h_0 \sin \phi$ и вычисление якобиана такого преобразования позволяют записать выражение для интенсивности акустического излучения в следующем виде:

$$\begin{aligned} I &= \frac{\rho_0 \omega^3}{2} \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{k_0} \int_0^{2\pi} \frac{S_W(h_0 \cos \phi, h_0 \sin \phi)}{\sqrt{k_0^2 - (k_x^2 + k_y^2)}} h_0 d\phi dh_0 = \\ &= \frac{\rho_0 \omega^3}{8\pi^2} \int_0^{k_0} \int_0^{2\pi} \sum_{m_1 m_2}^{\infty} \frac{\Phi_{m_1 m_2}}{Z_{m_1 m_2}} \cdot \frac{2\left(\frac{m_1 \pi}{L_1}\right)^2 [1 - (-1)^{m_1} \cos(h_0 \cos(\phi) L_1)]}{\sqrt{k_0^2 - h_0^2 \cdot \left[\left(\frac{m_1 \pi}{L_1}\right)^2 - (h_0 \cos(\phi))^2\right]^2}} \times \\ &\quad \times \frac{2\left(\frac{m_2 \pi}{L_2}\right)^2 [1 - (-1)^{m_2} \cos(h_0 \sin(\phi) L_2)]}{\left[\left(\frac{m_2 \pi}{L_2}\right)^2 - (h_0 \sin(\phi))^2\right]^2} h_0 d\phi dh_0 \end{aligned} \quad (20)$$

5. Асимптотические соотношения для спектра виброускорения и интенсивности акустического излучения пластины под действием ТПС

Для проверки расчета, выполненного по формуле (9), воспользуемся асимптотическим соотношением для расчета спектра виброускорения упругой конструкции, находящейся под действием ТПС из [2]:

$$\Phi_{\ddot{W}}(f) = \frac{\Phi_q(f) F(\beta) n(f)}{2(\rho h)^2 \eta} \quad (21)$$

где Φ_q – спектральная плотность пульсаций давления, $n(f)$ – отношение плотности собственных частот упругой конструкции к плотности собственных частот пластины (в случае плоской пластины принимается равным 1), ρ – плотность материала конструкции, η – коэффициент потерь, $F(\beta)$ – функция безразмерных параметров, определяемая из [2].

Для проверки расчета, выполненного по формуле (20), воспользуемся асимптотическим соотношением для расчета спектра интенсивности акустического излучения упругой конструкции, находящейся под действием ТПС из [3,9]:

$$\Phi_I(f) = \frac{\Phi_q(f) F(\beta) \tilde{n}(f) \eta_{\text{н}}}{2\rho h \omega} \frac{\eta_{\text{н}}}{\eta} \quad (22)$$

где все множители соответствуют (21), а $\eta_{\text{н}}/\eta$ – отношение коэффициента потерь на излучение к коэффициенту потерь в пластине определяются экспериментально и может быть принят из [3].

6. Вычисление спектра виброускорения и интенсивности акустического излучения пластины под действием ТПС

Получив выражения (9) и (20) произведем вычисление спектров виброускорения и интенсивности акустического излучения пластины.

Первоначально необходимо задаться параметрами, характеризующими саму пластину. Примем длину пластины $L_1 = 1$ м, ширину пластины $L_2 = 0.75$ м, толщину $h = 10^{-3}$ м, коэффициент потерь $\eta = 0.01$, материал – алюминий. Средой, находящейся за пластиной, примем воздух с параметрами $c_0 = 343$ м/с и $\rho_0 = 1.2$ кг/м³.

Расчеты для модели, предложенной Ефимцовым Б.М., произведем с помощью метода из [7], для этого примем, что пластина находится на расстоянии 30 м от носа ВС, полет происходит на высоте 9000 м с числом Маха равным 0.8.

Сравнение результатов расчета уровня виброускорения и уровня интенсивности акустического излучения пластины под действием ТПС для $m_1 = 100$ и $m_2 = 100$ представлено на рисунках 2-3.

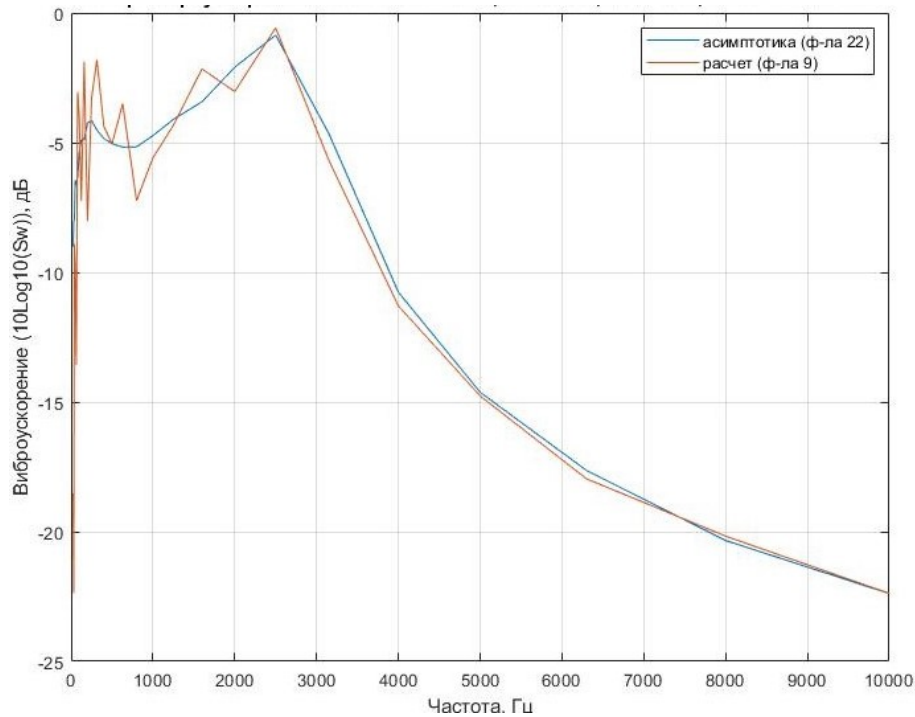


Рис. 2. Сравнение расчета 1/3 октавных уровней виброускорения тонкой неподкрепленной пластины под действием ТПС по формуле (9) с асимптотическим соотношением по формуле (21)

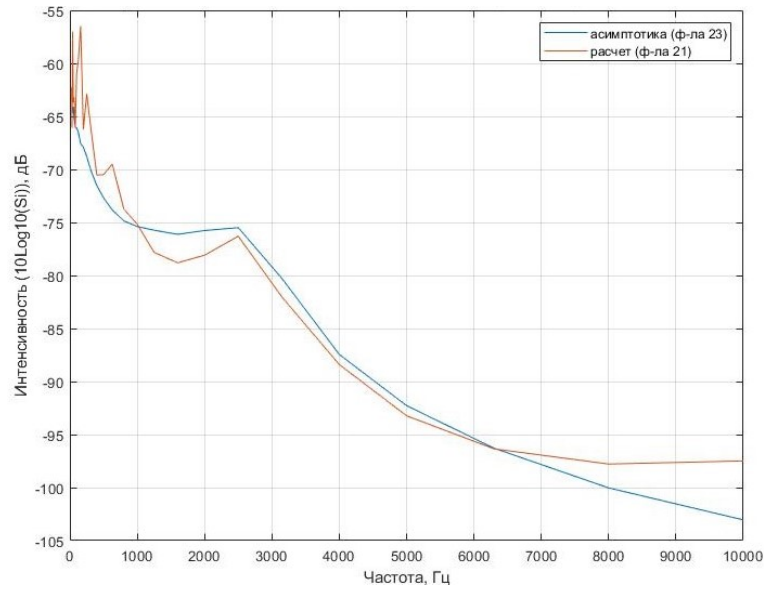


Рис. 3. Сравнение расчета 1/3 октавных уровней интенсивности акустического излучения тонкой неподкрепленной пластины под действием ТПС по формуле (20) с асимптотическим соотношением по формуле (22)

Влияние числа мод на спектры виброускорения и интенсивности акустического излучения пластины представлено на рисунках 4-5.

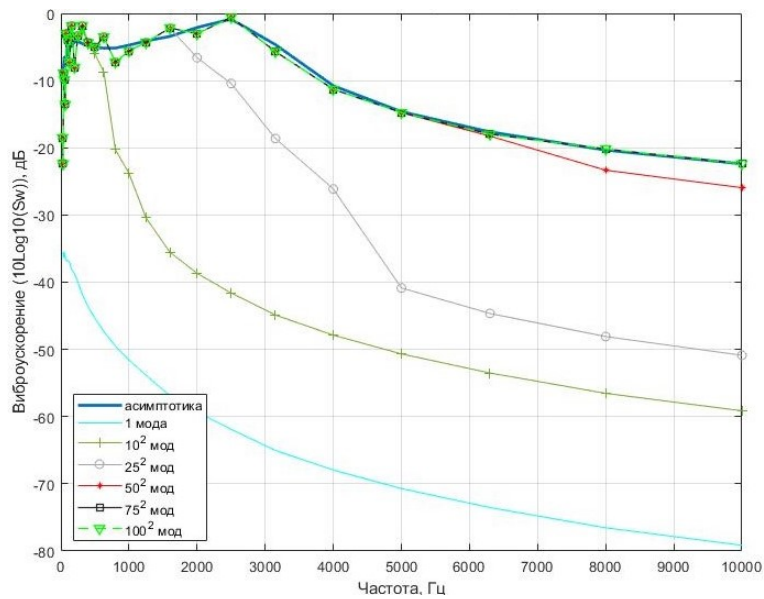


Рис. 4. Влияние числа мод на 1/3 октавные уровни виброускорения пластины, формула (9)

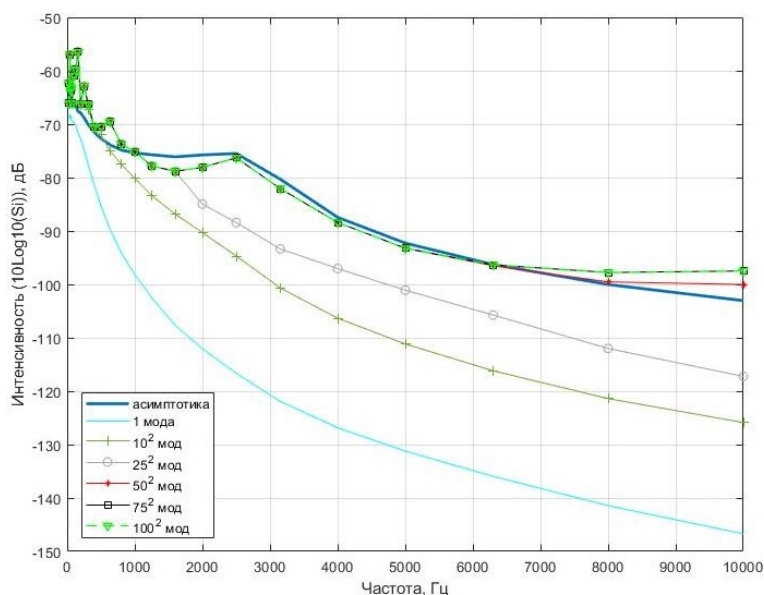


Рис. 5. Влияние числа мод на 1/3 октавные уровни интенсивности акустического излучения пластины формула (20)

Заклучение

По результатам сравнения данных по предложенному алгоритму расчета с асимптотическими выражениями для виброускорения и интенсивности акустического излучения тонкой неподкрепленной пластины, находящейся в поле действия пристеночных пульсаций давления турбулентного пограничного слоя, получена удовлетворительная сходимость.

В отличие от асимптотических соотношений, предложенный алгоритм учитывает влияние собственных форм колебаний пластины в области низких частот, а также влияние явления волнового совпадения в области высоких частот. Алгоритм обладает высокой скоростью расчета по сравнению с численными методами и позволяет при сравнительно небольшом числе мод, получать значения во всем слышимом диапазоне 1/3 октавных полос частот для наиболее характерных размеров пластин, применяемых в авиастроении.

Примененный подход может быть использован для решения задач по определению виброакустических полей как при других видах нагрузки, так и при иных геометрических формах пластины.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ (грант 21-71-30016).

Список литературы

1. Ефимцов Б.М. Колебания обшивки фюзеляжа самолета, вызываемые турбулентным пограничным слоем // Учен. зап. ЦАГИ. 1987. Т. XVIII, №1 стр. 90-97.
2. Ефимцов Б.М., Колебания цилиндрической панели в поле турбулентных пульсаций давления // Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 4. с. 536–538.
3. Авиационная акустика. Часть 2 / под ред. А.Г. Мунина. М.: Машиностроение, 1986. 264 с.
4. Martin N.C., Leehey P., Low wavenumber wall pressure measurements using a rectangular membrane as a spatial filter // Journal of Sound and Vibration. 1977, V. 52, N. 1. pp. 95-120.

5. Вибрации в технике. Том 1 / под ред. В.В. Болотина. М.: Машиностроение, 1978. 352 с.
6. Ефимцов Б.М., Характеристики поля пристеночных турбулентных пульсаций давления при больших числах Рейнольдса // Акуст. журн. 1982. Т. 28. № 4. с. 491–497.
7. David Alan Bies, A review of flight and wind tunnel measurements of boundary layer pressure fluctuations and induced structural response". NASA CR-626, 1966. p. 94.
8. Заборов В.И. Теория звукоизоляции ограждающих конструкций. Издание 2-е. М.: Стройиздат, 1969. 184 с.
9. Ефимцов Б.М. Применение энергетического статистического метода для оценки акустического излучения пластин при псевдозвуковом нагружении // Тр. ЦАГИ. 1978. Вып. 1902 с. 3-8.

References

1. Efimtsov B.M. Vibration of the aircraft fuselage skin caused by a turbulent boundary layer // Scientific notes of TsAGI. 1987. V. XVIII. № 1. P. 90-97.
2. Efimtsov B.M. Cylindrical panel vibrations in a turbulent pressure pulsation field // Akustichesky zhurnal, 1986. V. 32. № 4. P. 536-538.
3. Aviation acoustics. Path 2 / edited by A.G. Munin. M.:Mashinostroenie, 1986. P. 264.
4. Martin N.C., Leehey P., Low wavenumber wall pressure measurements using a rectangular membrane as a spatial filter // Journal of Sound and Vibration. 1977, V. 52, N. 1. P. 95-120.
5. Vibrations in technic. Volume 1 / edited by V.V. Bolotin. M.:Mashinostroenie, 1978. P. 352.
6. Efimtsov B.M. Characteristics of the wall turbulent pressure fluctuation field at high Reynolds numbers // Akustichesky zhurnal, 1982. V. 28. № 4. P. 491-497.
7. David Alan Bies, A review of flight and wind tunnel measurements of boundary layer pressure fluctuations and induced structural response". NASA CR-626, 1966. P. 94.
8. Zaborov V.I. Theory of sound isolation of enclosing constructions. Edition 2. M:Stroyizdat. 1969. P. 184.
9. Efimtsov B.M. Application of the energetic statistical method for evaluation of the acoustic radiation of plates under pseudosound loading // Proceedings of TsAGI. 1978. V. 1902. P. 3-8.